

Weryfikacja i walidacja modelu na podstawie znaczników środowiskowych sześćfluorku siarki SF₆ i trytu

Verification and validation of the model based on tracers SF₆ and tritium

Janusz Knez

Hydrogeotechnika Sp. z o.o., ul. Ściegiennego 262A, 25-546 Kielce,
e-mail: jknez@poczta.fm

Abstract: Model was built of the exploitation region (RE) Kielce, as six layer hydrogeological numerical model with area 130,39 km². Calculation was performed using Visual MODFLOW Pro ver. 3.1 The main task was to reconstruct the ground-water flow, determine the water resources budget and prepare transport model in an area of a local source of contamination (aromatic hydrocarbons). The regional model was divided by a regular mesh of 125 × 125 m with local more dense (25 × 25 m). The simulation was done in six layers: Quaternary porous aquifer (I and II model layers) and karstic-fissured Devonian aquifer (III, IV, V, VI model layers). An environmental tracer (SF₆) and tritium was used to improve calibration of transport and flow models in the karstic-fissured aquifer. Simulated and measured ³H contents showed that improvement of conceptual model and calibration of flow and migration models are necessary for some parts of the aquifer. Residence time distributions serve for a better understanding of the groundwater system.

Key words: conceptual model, flow and migration models, water pollution, water age, SF₆, tritium

1. Wstęp

Na obszarze Rejonu Eksploatacji Wód Podziemnych (RE) Kielce zbudowany został sześciowarstwowy numeryczny model hydrogeologiczny o powierzchni ok. 130 km². Zadaniem modelu było odtworzenie kierunków przepływu wód podziemnych, określenie bilansu zasobów wodnych oraz ustalenie przepływów w obszarze Głównego Zbiornika Wód Podziemnych zbudowanego z utworów szczelinowo-krasowych GZWP 417 Kielce. Rozpatrywany w dalszej części referatu obszar badań poligonowych zlokalizowany jest w południowej części zbiornika GZWP 417, w południowo-zachodniej części miasta Kielce, w dzielnicy Białogon. Jest to dawny Zakład Gospodarki Produktami Naftowymi (d. ZGPN-CPN) Kiel-

ce-Białogon. W bezpośrednim sąsiedztwie ogniska zanieczyszczeń znajdują się ujęcia wód podziemnych, zaopatrujące miasto Kielce w wodę.

W celu ulepszenia modelu matematycznego RE Kielce wykonana została weryfikacja modelu hydrodynamicznego na podstawie znaczników środowiskowych sześćciofluorku siarki SF₆ i trytu. Modelowa analiza migracji znaczników środowiskowych w poszczególnych warstwach wodonośnych pozwoliła na lepsze zrozumienie modelowanego systemu wód podziemnych. Dopasowanie pomierzonych w terenie stężeń znaczników środowiskowych do wartości modelowanych znacznie zwiększyło wiarygodność modelu hydrodynamicznego. Celem dalszych badań modelowych było oszacowanie dokładnego czasu przepływu wód podziemnych oraz wykalibrowanie porowatości otwartej ośrodka szczelinowatego (wapienie dewońskie) w rozpatrywanym obszarze ujęć wód podziemnych Kielce-Białogon, zlokalizowanych w południowej i środkowej części zbiornika GZWP 417 Kielce.

Do obliczeń matematycznych wykorzystano program Visual MODFLOW Pro ver. 3.1 wraz z modułem MT3D, firmy Waterloo Hydrogeologic.

Na modelu migracyjnym wykonano szereg obliczeń prognostycznych dla poszczególnych metod i parametrów obliczeniowych.

Całość prac modelowych miała docelowo posłużyć do przeprowadzenia rozwiązań prognostycznych, związanych z migracją benzenu wraz z oceną efektywności metod ograniczania zanieczyszczeń w rozpatrywanym obszarze poligonowym (d. ZGPN-CPN) Kielce-Białogon.

2. Konstrukcja matematycznego modelu krążenia wód podziemnych

W ramach dokumentacji hydrogeologicznej RE Kielce wraz z aktualizacją zasobów eksploatacyjnych ujęcia komunalnego w Kielcach-Białogonie (Porwisz, Szklarczyk, 2003) zbudowany został w obszarze RE Kielce sześciowarstwowy numeryczny model hydrogeologiczny (Szklarczyk, Knez, 2003).

Do rozwiązań systemu przepływu zastosowano model wielowarstwowy (3D), liczony w niejednorodnym polu filtracji, w ustalonych warunkach przepływu. Celem wykonanych symulacji na modelu było określenie systemu krążenia wód podziemnych.

Granice wyznaczające zewnętrzny zarys modelowanego obszaru mają naturalny charakter i związane są z granicami hydrodynamicznymi opartymi na działach wód podziemnych lub na ciekach powierzchniowych (ryc. 1). W modelu matematycznym symulowano czwartorzędowe piętro wodonośne oraz szczelinowo-krasowe piętra górnego paleozoiku i dolnego mezozoiku, które umownie dla potrzeb budowy modelu zostało podzielone na cztery warstwy.

Obszar badań modelowych podzielono siatką kwadratową o stałym kroku $\Delta x = \Delta y = 125$ m, jedynie w bezpośredniej bliskości bazy paliw (d. ZGPN-CPN) Kielce-Białogon siatka modelu została zagęszczona do 25 m.

Model obejmuje powierzchnię 130,39 km², przy czym ilość aktywnych bloków w całym modelu wyniosła 50 070.

Model matematyczny składa się z następujących warstw:

I warstwa modelu (wodonośna Q) – obejmuje utwory czwartorzędowe: piaski średnie, piaski drobne, pyły; stanowią przypowierzchniową warstwę wodonośną lokalnie osuszoną;

II warstwa modelu (słabo przepuszczalna) – obejmuje utwory czwartorzędowe i trzeciorzędowe: gliny, ily, mułki wodonośne lub słabo przepuszczalne utwory starszego podłoża, wychodzące na powierzchnię terenu lub zalegające pod przykryciem cienkiego czwartorzędu;

III–VI warstwy modelu (wodonośne) – obejmują wodonośne utwory starszego podłoża dewonu środkowego, dewonu górnego, permu górnego i triasu dolnego, triasu środkowego; w południowej części obszaru występują słabo przepuszczalne utwory starszego paleozoiku kambru, ordowiku, syluru, dewonu dolnego oraz triasu górnego.

Warstwę nr I symulowano na modelu jako swobodną, warstwę nr II jako naporowo-swobodną, a pozostałe warstwy zasymulowano jako naporowe.

Obliczenia matematyczne zostały przeprowadzone w warunkach ustalonych przy włączonej możliwości osuszania i nawadniania bloków modelu.

3. Badania znaczników środowiskowych

Znaczniki środowiskowe są wykorzystywane do lepszego poznania wymiany wody w zbiorniku wód podziemnych, co pozwala dokonać weryfikacji modelu matematycznego symulującego migrację zanieczyszczeń (Zuber i in., 2005).

W celu uszczegółowienia i zweryfikowania badań modelowych w rejonie ogniska zanieczyszczeń w zbiorniku GZWP 417 Kielce oparto się na wynikach trytu wykonanych w ramach opracowania Prażak i in. (1990). Pomiary trytu wykonywane były w latach 1989–1990. Wykonawcą badań był Zakład Fizyki Środowiska AGH w Krakowie. Tryt został oznaczony w wybranych studniach ujęcia komunalnego w Kielcach-Białogonie. Wyniki oznaczeń trytu przedstawiono w tabeli 1.

Dane te posłużyły do dalszej weryfikacji modelu przepływu. Dodatkowo w celu wykonania walidacji modelu matematycznego użyto stosowanego od niedawna w hydrogeologii znacznika SF₆ (sześćfluorku siarki). Badania wykonano w wybranych studniach i piezometrach. Badania zostały przeprowadzone przez specjali-

Tabela 1. Wyniki oznaczeń trytu w wodach ujęcia Kielce-Białogon (Prażak i in., 1990)

Table 1. Tritium concentration in the water intake Kielce-Białogon

Nr próbki	Próbka	Data pobrania	Tryt jednostki T.U	Dokładność pomiaru jednostki T.U
1	Białogon – studnia 3/II	02.02.1988	31,4	1,5
2	Białogon – studnia 3/II	12.12.1990	28,5	1,4
3	Białogon – ujęcie III	02.02.1988	26,1	1,3
4	Białogon – studnia VII	12.12.1990	26,8	1,4
5	Białogon – studnia IX	12.12.1990	27,8	1,4

Tabela 2. Wyniki pomiarów średniego stężenia SF₆ w wybranych próbkach wody (Śliwka i in., 2004)Table 2. Average survey concentration of SF₆ in selected water samples

Data pomiaru	Kod	Stężenie SF ₆ [fmol/l]	Wiek wody [lata]
04.10.2004	2/IIIa	0,20±0,07 (2)	30±2
05.10.2004	P-A	7,47±0,62 (2)	b.m.p.
06.10.2004	P-21	0,97±0,13 (2)	17±1
–	P-15	n.m.	n.m.
07.10.2004	VII	1,31±0,12 (2)	13±1

b.m.p. – brak możliwości pomiaru; n.m. – nie mierzony

styczny zespół naukowców z Instytutu Fizyki Jądrowej Polskiej Akademii Nauk w Krakowie (Śliwka i in., 2004). Celem prac badawczych było określenie „wieku” wód podziemnych środkowodewońskiego poziomu wodonośnego w rejonie badań.

W tabeli 2 przedstawiono wyniki pomiarów średniego stężenia SF₆ w próbkach wody, skorygowanych ze względu na tzw. „nadmiar powietrza”. Ponadto tabela 2 zawiera oszacowania wieku badanych wód w oparciu o model tłokowy – *piston flow model* (Śliwka i in., 2004).

4. Weryfikacja i walidacja modelu przepływu dla potrzeb symulacji transportu zanieczyszczeń

4.1. Weryfikacja modelu na podstawie badań trytu

4.1.1. Założenia symulacji

Na początku lat pięćdziesiątych w wyniku przeprowadzanych doświadczeń termojądrowych na świecie pojawiły się w atmosferze znaczące ilości trytu. Trypt o okresie półrozpadu 12,3 roku, wchodzi w skład wody, co powoduje, że jest dobrym znacznikiem do określania wieku wód i może być stosowany do badania czasu przebywania wody w systemie wodonośnym o wieku poniżej 40 lat (Plummer i in., 1993; Małoszewski, Zuber, 1996).

Do obliczeń migracji znaczników środowiskowych wykorzystano moduły MODFLOW i MT3D z pakietu programowego Visual MODFLOW (Guiguer, Franz, 1995–2003).

Na wytarowanym modelu dynamiki wód podziemnych RE Kielce wykonana została weryfikacja i walidacja modelu hydrodynamicznego za pomocą znaczników środowiskowych: trytu ³H i sześćfluorku siarki SF₆.

Stężenia trytu i SF₆ obliczone zostały modułem MT3D z użyciem modelu o wykalibrowanym polu hydrodynamicznym za pomocą modułu MODFLOW.

Modelowanie numeryczne wykonane zostało dla nieustalonych warunków migracji badanych znaczników środowiskowych w ustalonym polu hydrodynamicznym dla wydzielonych okresów eksploatacji. Przyjęte zostały ustalone warunki

przepływu w poszczególnych okresach obliczeniowych (ryc. 2). Wydatki ujęć symulowanych w zbiorniku zostały uśrednione w poszczególnych przedziałach obliczeniowych i odpowiadają okresom o podobnej intensywności eksploatacji ujęcia wody w Kielcach-Białogonie.

Obszar badań w celu przeprowadzenia dokładnej weryfikacji i walidacji modelu za pomocą znaczników zagęszczono siatką prostokątną o zmiennych wymiarach bloków w zależności od stopnia rozpoznania geologicznego, lokalizacji ujęć oraz przyjętej metody symulacji. Wielkość kroków siatki zmienia się od 25 metrów w okolicy ujęcia nr III i VI do 125 metrów na terenach oddalonych od rozpatrywanego ogniska zanieczyszczenia.

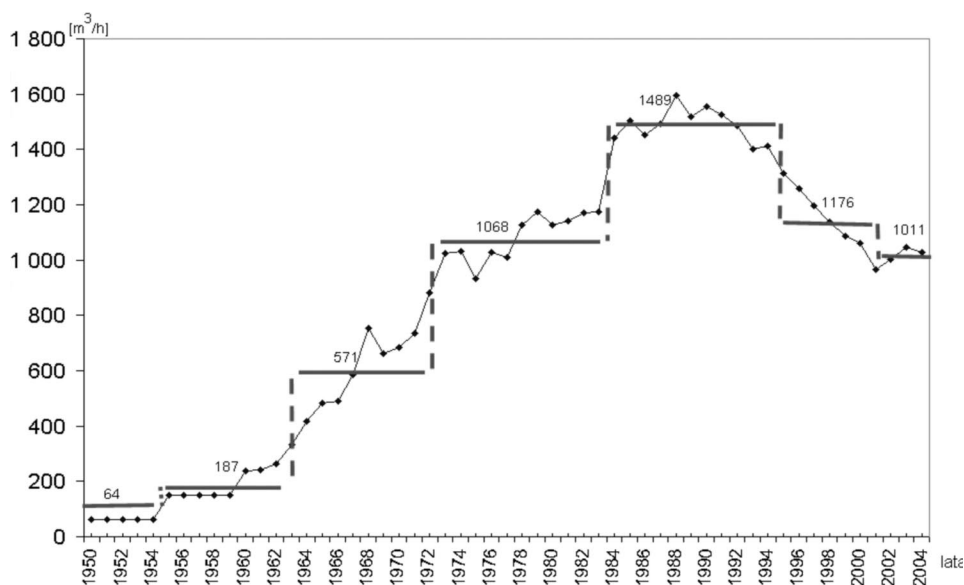
Tryt zadany został jako funkcja wejścia w opadach. Stężenie trytu zmienia się corocznie, począwszy od roku 1950.

Na odcinkach rzek infiltrujących do wód podziemnych zadane zostało opóźnienie czasowe dla trytu 5 lat w stosunku do stężeń w atmosferze. Wynika to z faktu, że rzeki prowadzą wody pochodzące z zasilania wód podziemnych, co generuje opóźnienie oszacowane dla badanych zlewni na 5 lat.

Stała dyspersji hydrodynamicznej zadana została na podstawie dostępnych danych literaturowych (Roberts i in., 1981; Hoehn, Santschi, 1987; Sauty, 1977; Fenske, 1973).

Parametry dyspersji dobrano tak, aby odpowiadały utworom występującym w badanym obszarze poligonowym:

- dyspersja podłużna $\alpha_L = 10$ m,
- dyspersja poprzeczna $\alpha_{TH} = 0,1$ m,
- dyspersja poprzeczna w kierunku pionowym $\alpha_{TV} = 0,01$ m.



Ryc. 2. Średnia roczna produkcja wody [m³/h], ujęcie Kielce-Białogon

Fig. 2. Average annual water production [m³/h], water intake Kielce-Białogon

Czas połowicznego rozpadu trytu został przyjęty jako równy 12,3 roku.

Prędkość migracji zanieczyszczenia w wodzie podziemnej zależy od k/n_o , tzn. od współczynnika filtracji k i porowatości odkrytej n_o . Przy tarowaniu modelu hydrodynamicznego dla określonej przewodności $T = k \cdot m$ można uzyskać nieskończenie wiele takich samych rozwiązań, zmieniając proporcjonalnie wartości k i m . Model hydrodynamiczny nie reaguje również na zmiany n_o . Właściwa weryfikacja modelu przystosowująca go do obliczeń migracji jest możliwa przy użyciu historycznych danych o migracji substancji w otoczeniu istniejącego ogniska zanieczyszczeń lub znaczników środowiskowych (Kania i in., 2003; Zuber i in., 2005).

Dzięki weryfikacji modelu z użyciem znaczników można było z większą wiarygodnością dopasować właściwe wartości parametrów n_o i k decydujących o prędkości migracji zanieczyszczeń rozpuszczonych w wodach podziemnych.

Analiza na modelu matematycznym rozkładu stężeń znaczników środowiskowych w poszczególnych warstwach wodonośnych pozwoliła także na lepsze zrozumienie systemu krążenia wód podziemnych. Dopasowanie stężeń trytu uzyskanych w wyniku symulacji na modelu do pomierzonych w terenie znacznie zwiększa wiarygodność parametrów modelu decydujących o migracji zanieczyszczeń, co w efekcie poprawia dokładność przeprowadzonych obliczeń modelowych.

4.1.2. Rezultaty weryfikacji

Na terenie zbiornika GZWP 417 w Białogonie stwierdzono występowanie w wodach podziemnych trytu (tab. 1) oraz atmosferycznego gazu pochodzenia antropogenicznego sześciofluorku siarki – SF₆ (tab. 2). Ich obecność wskazuje na dominację w obszarach zasilania i w ich pobliżu wód młodych o wieku od kilkunastu do kilkudziesięciu lat.

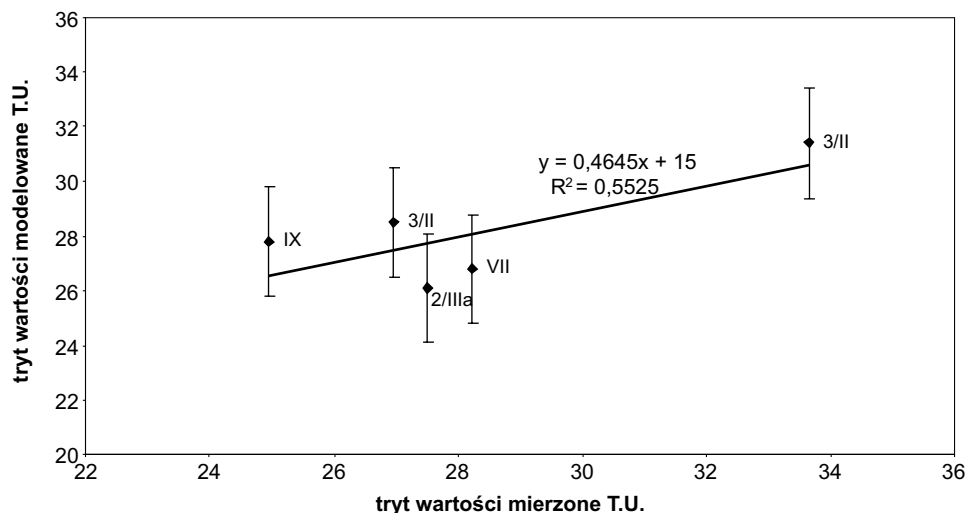
W celu zweryfikowania modelu matematycznego wykonano obliczenia migracji trytu w badanym systemie wód podziemnych. Okazało się, że na wytarowanym modelu hydrodynamiki w obszarze prowadzonych badań wokół dawnej bazy paliw (d. ZGPN-CPN) Kielce-Białogon stężenia trytu wyliczone modelowo odbiegały od wartości zmierzonych w terenie. Uznano, że przyczyną tego mogło być niewłaściwe dopasowanie współczynników filtracji i porowatości w poszczególnych warstwach modelu. Wobec powyższego zaszła potrzeba weryfikacji modelu w obszarze GZWP 417.

Weryfikacja modelu doprowadziła do lepszego dopasowania porowatości otwartej n_o . Po dopasowaniu wyniki obliczonych i pomierzonych stężeń trytu wykazują dostateczną zgodność (ryc. 3).

Dla właściwego dopasowania trzeba było także zmodyfikować w niewielkim stopniu wartości współczynnika w rejonie badanego ogniska zanieczyszczeń.

Zweryfikowane zostały też warunki brzegowe na rzece Silnicy, która zwiększyła zasilanie wód podziemnych o kilka procent w stosunku do stanu przed weryfikacją.

Istotnym parametrem dopasowanym w wyniku weryfikacji była porowatość otwarta w środkowodewońskim poziomie wodonośnym o charakterze szczelino-wo-krasowym. Jako wartości wyjściowych użyto porowatości otwartej ocenionej na podstawie własnych badań porowatości matrycy $n_o = 0,5\%$, dodając do nich



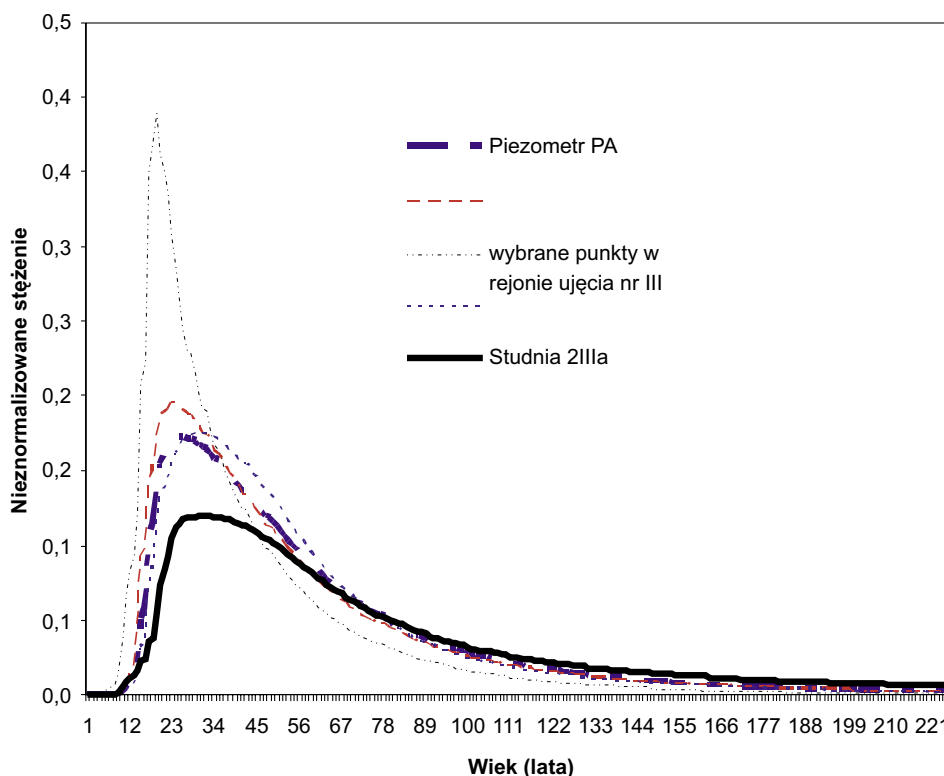
Ryc. 3. Porównanie modelowanych i mierzonych wartości trytu w wybranych studniach
 Fig. 3. The model tritium values compared with the measured values obtained in the selected wells

wartość porowatości szczelinowej ocenionej przez Rzoncę na $n_o = 0,3\%$ (Rzonca, 2005). Suma obu porowatości wyniosła $n_o = 0,8\%$, a najlepsze dopasowanie na modelu uzyskano dla $n_o = 1,0\%$. Po weryfikacji współczynniki porowatości odkrytej na modelu przyjęły następujące wartości:

- dla I warstwy modelu $n_o = 0,33$ (piaski czwartorzędowe),
- dla II warstwy modelu $n_o = 0,35$ (czwartorzędowe gliny),
- dla III, IV, V, VI warstwy modelu $n_o = 0,01$, czyli $n_o = 1\%$ (środkowodewońskie utwory węglanowe).

Zweryfikowany za pomocą znaczników model pozwala także na poznanie czasów przebywania wody w tym systemie krążenia. Rozkład czasów przebywania wody w zbiorniku dla dowolnych punktów można uzyskać, symulując iniekcję impulsową znacznika konserwatywnego na wejściu do systemu (Zuber i in., 2005).

Symulacja iniekcji impulsowej znacznika zachowawczego w wodach infiltracyjnych pozwala na lepsze zrozumienie systemu krążenia wód podziemnych (Kania i in., 2003; Zuber, 1999). Dla GZWP 417 wyniki przeprowadzonej symulacji pakietem MT3D pozwoliły stwierdzić, że średni okres dojścia wód infiltracyjnych do poszczególnych studni na ujęciu nr III w rejonie badanego ogniska skażenia wynosi od dwudziestu kilku do trzydziestu kilku lat. Są to więc wody stosunkowo młode, pochodzące częściowo z zasilania z pobliskich wychodni oraz z infiltracji rzeki Bobrzy i Silnicy. Większość wód infiltracyjnych dociera do ujęcia nr III po około 25 latach, jednakże znaczna część wód ma czasy dojścia większe niż 50 lat.



Ryc. 4. Rozkład czasów przebywania wód w GZWP 417 dla wybranych punktów pomiarowych środkowodewńskiej warstwy wodonośnej uzyskane z symulacji programem MT3D

Fig. 4. The frequency distribution of residence time for the groundwater reservoir 417 in selected groundwater observation points of middle devonian aquifer obtained directly from the MT3D program

4.2. Walidacja modelu na podstawie badań SF₆

4.2.1. Założenia symulacji

Model zweryfikowany na podstawie obecności trytu w systemie krążenia został poddany dodatkowej walidacji przez porównanie zawartości innego znacznika środowiskowego, jakim jest SF₆ z symulacją na modelu jego migracji w systemie.

Dopasowanie symulowanych na zweryfikowanym modelu stężeń SF₆ do zawartości pomierzonych w terenie zwiększyło i potwierdziło wiarygodność parametrów modelu decydujących o migracji zanieczyszczeń. W badaniach modelowych wykorzystany został sześćfluorek siarki SF₆, jest to gaz pochodzący z atmosfery, przenikający do wód powierzchniowych i podziemnych. Stężenie SF₆ mierzone jest od

roku 1970, a występuje w atmosferze w ilościach mierzalnych od lat pięćdziesiątych (Maiss, Brenninkmeijer, 1998).

W badaniach modelowych zadana została krzywa stężenia SF₆ w wodzie obliczona na podstawie krzywej stężenia SF₆ w atmosferze dla lokalnego stężenia SF₆ występującego w powietrzu Polski południowej (wg Śliwki i in., 2004).

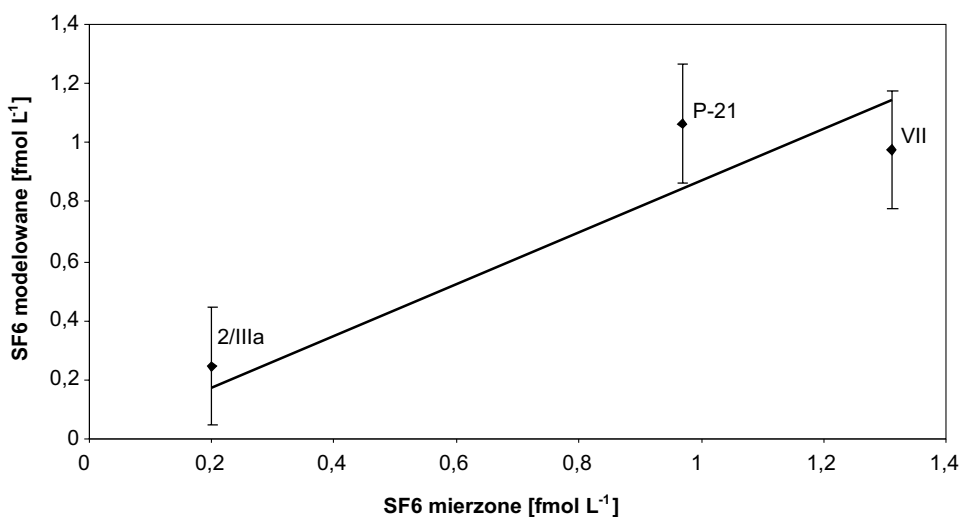
4.2.2. Rezultaty obliczeń

Za pomocą symulacji komputerowej wykonano analizę rozkładu pola stężeń sześćfluorku siarki SF₆. Symulację migracji SF₆ podzielono na osiem kolejnych okresów obliczeniowych, związanych ze zmienną pracą ujęć komunalnych.

Na podstawie przeprowadzonej symulacji okazało się, że stężenia symulowane na modelu dość dobrze dopasowują się do stężeń sześćfluorku siarki pomierzonych w terenie (ryc. 5).

Przeprowadzona symulacja potwierdziła dobrą jakość modelu uzyskanego przez dopasowanie migracji trytu również dla innego niezależnego znacznika środowiskowego (SF₆).

Znaczniki środowiskowe, takie jak tryt i SF₆, są jak widać bardzo użyteczne do weryfikacji i walidacji modeli migracji, pozwalają lepiej zrozumieć system krążenia wód i ulepszać model koncepcyjny oraz modele numeryczne przepływu i migracji. Rozkłady czasów przebywania wody w dowolnej części zbiornika i oceny średniego wieku wód są ważnym elementem dla poznania systemu i wyjaśnienia opóźnienia reakcji systemu wód podziemnych na zmiany antropopresji na obszarze zasilania, pozwalając np. zrozumieć możliwość utrzymywania się w ujęciu zanieczyszczenia nawet dziesiątki lat po likwidacji ogniska zanieczyszczeń (Kania i in., 2003).



Ryc. 5. Porównanie modelowanych i mierzonych wartości SF₆ w wybranych piezometrach i studniach

Fig. 5. The model SF₆ values compared with the measured values obtained in the selected piezometers and wells

Modelowa analiza migracji znaczników środowiskowych w poszczególnych warstwach wodonośnych pozwoliła na lepsze zrozumienie systemu krążenia wód podziemnych. Dopasowanie pomierzonych w terenie stężeń znaczników środowiskowych do wartości symulowanych na modelu znacznie zwiększyło wiarygodność parametrów modelu decydujących o migracji zanieczyszczeń.

Literatura

- Fenske P.R., 1973. Hydrology and radionuclide transport, monitoring well HT-2m, Tatum Dome, Mississippi, Proj. Report 25, Tech. Report NVC-1253-6. Cent. For Water Resour. Res., Desert Res. Inst., Univ. of Nevada Syst., Reno.
- Guiger N., Franz T., 1995–2003. Visual MODFLOW Pro v.3.1. Waterloo Hydrologic Inc.
- Hoehn E., Santschi P.H., 1987. Interpretation of tracer displacement during infiltration of river water to groundwater. *Water Resources Res.* 23(4): 633–640.
- Kania J., Karlikowska J., Szczepańska J., Witczak S., Duliński M., Różański K., Jackowicz-Korczyński M., Zuber A., 2003. GZWP451, Bogucice: strefowość i modele przepływu. W: Piekarek-Jankowska H., Jaworska-Szulc B. (red.), Współczesne problemy hydrogeologii. T. XI, cz. 1. Politechnika Gdańska, Gdańsk, s. 335–342.
- Maiss M., Brenninkmeijer C.A.M., 1998. Atmospheric SF₆: Trends, Sources, and Prospects, *Environ. Sci. Technol.* 32: 3077–3086.
- Małoszewski P., Zuber A., 1996. Lumped parameter models for the interpretation of environmental Tracer data. Manual on mathematical models in isotope hydrogeology, IAEA-TECDOC-919.
- Plummer L.N., Mielche R.L., Thurman E.M., Glyn P.D., 1993. Environmental Tracers for Age Dating Young Ground Water. Rozdział 11. W: Alley W.M. (red.), Regional ground water quality. U.S. Geological Survey, Van Nostrand Reinhold, New York.
- Porwisz S., Szklarczyk T., 2003. Dokumentacja hydrogeologiczna Rejonu Eksploatacji Wód Podziemnych (RE) Kielce – aktualizacja zasobów eksploatacyjnych ujęcia komunalnego w Kielcach-Białogonie. P.G., Kraków.
- Prażak J., Gertruda H., Kowalczevska G., Wróblewska E., Rubinowski Z., 1990. Kryteria i warunki optymalnej eksploatacji dużych ujęć wód podziemnych w makroregionie świętokrzyskim. PIG, Kielce.
- Roberts P.V., Reinhard M., Hopkins G.D., Summers R.S., 1981. Advection – dispersion – sorption models for simulating the transport of organic contaminants. Paper presented at International conference on Ground Water Quality Research. Rice Univ., Houston, t. X.
- Rzonca B., 2005. Hydrogeologiczne właściwości przestrzeni porowej dewońskich skał węglanowych w Górach Świętokrzyskich. *Przegląd Geologiczny* 53 (5): 400–409.
- Sauty J.P., 1977. Contribution a l'identification des paramètres de dispersion dans les aquifères par interpretation des experiences de tracage, dissertation. Univ. Sci. et Med. et Inst. Natl. Polytecy. de Grenoble, Grenoble, France.
- Szklarczyk T., Knez J., 2003. Ocena zasobów dyspozycyjnych i eksploatacyjnych dla regionu eksploatacji wód podziemnych Kielce – Podregion „A” na podstawie badań modelowych. W: Dokumentacja hydrogeologiczna Rejonu Eksploatacji Wód Podziemnych (RE) Kielce – aktualizacja zasobów eksploatacyjnych ujęcia komunalnego w Kielcach-Białogonie. P.G., Kraków.
- Śliwka I., Lasa J., Zuber A., Opoka M., Jackowicz-Korczyński M., 2004. Headspace extraction method for simultaneous determination of SF₆, CCl₃F, CCl₂F₂ and CCl₂FCClF₂ in water. *Chemia Analityczna* 49: 535–549.

Zuber A., Witczak., Kania J., Duliński M., Kapusta M., Różański K., Jackowicz-Korczyński M., Śliwka I., 2005. Kalibracja i walidacja modelu przepływu i migracji oraz korekty modelu koncepcyjnego GZWP-451 z wykorzystaniem znaczników. W: Współczesne problemy hydrogeologii. T. XII. Toruń, s. 317–322.