

Ograniczenia metody różnic skończonych w dokumentowaniu zasobów oraz dróg przepływu w ośrodku szczelinowo-krasowym

Finite-difference method limitation in case of groundwater resource evaluation by modeling in karstic-fracture system

Stanisław Staško, Marek Wcisło

Uniwersytet Wrocławski, Instytut Nauk Geologicznych,
Zakład Hydrogeologii Podstawowej, ul. Cybulskiego 30, 50-204 Wrocław

Abstract: In regional modeling approach wide application of finite-difference method was established due to well documentation and standard of the modeling code (MODFLOW). The authors illustrated limitation of the program on example from modeling prevailing flow zone (tectonic and karstic) in Tarnów Opolski region. Experience gained during modelling fractured-karstic groundwater Triassic system (MGWB 333) indicates that interpolation of parameters provide good results in regional scale when in local calibration high discrepancy was noticed in comparison with measured values.

Deficiency of precise simulation of such issues results for example in case of protection zone delineation (advection mass transport) as well as detailed head calculation.

Moreover negative feature is production of zones characterised by values far away from observed by field methods.

Key words: modeling, finite-difference method, groundwater resource, limitation

1. Wstęp

Numeryczne modelowanie przepływu wód podziemnych w systemach hydrogeologicznych jest specyficznym elementem rozpoznania warunków hydrogeologicznych. Pozwala ono skonfrontować ze sobą wszystkie pozostałe elementy i ocenić ich wzajemne rozbieżności. Łatwo przy tym o unaocznienie niedoskonałości modelu koncepcyjnego (stanu rozpoznania) w zetknięciu ze spójną rzeczywistością. Model numeryczny stanowi w ten sposób kompromis między poszczególnymi zespołami danych i ich interpretacjami odnośnie do elementów bilansu wodnego,

rozkładu parametrów hydrogeologicznych, wysokości hydraulicznych oraz struktury systemu. Pozostaje on więc nadal narzędziem niedoskonałym. Opracowany model (niezależnie od jego wiarygodności) oferuje przy tym ogromną możliwość wszechstronnych interpretacji. Zagadnienia te są dobrze znane osobom zajmującym się profesjonalnie problemami modelowania. Niezależnie od błędów związanych ze stanem rozpoznania istnieje grupa ograniczeń powodowanych przez procedury obliczeniowe wykorzystywane przez programy modelujące. Zamyśleniem autorów artykułu było prześledzenie i usystematyzowanie tych ograniczeń na konkretnym przykładzie rejonu triasu opolskiego. Z analizy wynika, iż w metodzie różnic skończonych napotyka się na silne ograniczenia przy próbach modelowania szczelinowych systemów przepływu. Wpływa to bezpośrednio na trudności w odwzorowaniu uprzywilejowanych stref, ciśnień oraz bilansu wodnego w mniejszych podobszarach bilansowych. Pomysłowe rozwiązanie modelu wymaga stosowania znacznej generalizacji, dużo dalej posuniętej niż w przypadku systemów porowych. Odwzorowanie poszczególnych stref wydzielonych na etapie modelu koncepcyjnego powoduje, iż na znacznych obszarach muszą być symulowane parametry niezgodnie ze stanem rozpoznania. Ogranicza to wiarygodność symulacji prognostycznych dla nowych punktów poboru. Model nadal oferuje ujednoczony bilans wodny w skali regionu oraz przybliżone rozkłady ciśnień w rejonach eksploatowanych. Do rozkładu ciśnień w przypadku symulowania nowych punktów poboru należy się odnosić z dużą ostrożnością, podobnie jak do symulacji prognostycznych daleko odbiegających od stanu kalibrowanego.

Ograniczenia metody różnic skończonych wiążą się z dwoma zagadnieniami:

- problemem dyskretyzacji pola filtracji,
- problemem gradientu parametrów hydrogeologicznych oraz wynikowych ciśnień.

Obie grupy ograniczeń w sposób naturalny przeplatają się i nakładają potęgując negatywne efekty. Poniżej skrótowo omówiono naturę typowych problemów.

2. Obszar objęty badaniami

Obszar badań znajduje się w obrębie tzw. triasu opolskiego (GZWP 333), a jego szczegółowy opis zawarto m.in. w publikacjach Rózkowskiego (1991), Staški (1992), Kryzy i Staški (2000), Kryzy (2001), Kowalczyka (2003). Zbiornik o powierzchni ponad 750 km² jest zachodnim odgałęzieniem triasu śląsko-krakowskiego i prowadzi wody w systemie porowo-szczelinowo-krasowym retu i wapienia muszlowego, i podścielających warstwach piaskowców permu i triasu (czerwonego spągowca i pstrego piaskowca). W nadkładzie w części północnej i zachodniej zwykle wody występują w osadach kredy i czwartorzędu. Wodonośne skały triasu wykazują typowe dla takich zbiorników wysokie zawodnienie i zróżnicowanie własności hydrogeologicznych. Współczynnik filtracji zawiera się w szerokim przedziale od 10⁻³ do 10⁻⁵ m/s. Wyniki próbnych pompowań dały średnią wartość współczynnika filtracji równą 16,4 m/d (Staško, 1992), a badania metodami geostatystycznymi wykazują rozkład współczynnika filtracji w granicach 0,5–20 m/d



Ryc. 1. Zasięg użytkowego piętra wodonośnego wapienia muszlowego i mapa zwierciadła wód podziemnych

Fig. 1. Major aquifer extent of Muschelkalk formation and water table contour map

(Żurek i in., 1994). Wapienie i wapień dolomityczny charakteryzuje porowatość całkowita w zakresie 0,9–31,9% ($n_{sr} = 12\%$). Skąły te są spękanne w znacznej mierze, co wyraża się wskaźnikiem porowatości szczelinowej w zakresie 0,7–4,5%.

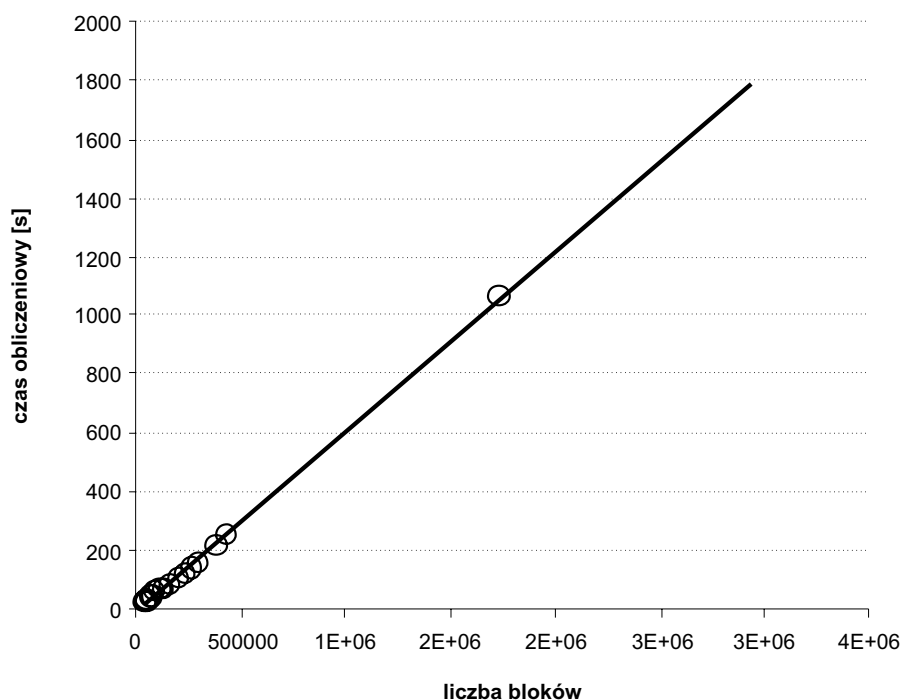
W obszarze badań zlokalizowanych jest wiele ujęć wiejskich i miejskich oraz odwadniane były trzy kopalnie odkrywkowe eksploatujące wapień, margle i dolomity triasu dla potrzeb przemysłu cementowo-wapienniczego.

W badaniach modelowych przyjęto 5-warstwowy schemat warstw wodonośnych, gdzie warstwa 3 odzwierciedla poziom wodonośny wapienia muszlowego.

3. Problem dyskretyzacji obszaru filtracji: czas obliczeniowy

Zagadnienie to dotyczy również kodów bazujących na metodzie elementów skończonych, jednak znajduje tu swój opis. W połączeniu z innymi cechami metody różnic skończonych staje się jeszcze uciążliwszy. Każda modelowana przestrzeń filtracji podlega dyskretyzacji siatką bloków. Program Visual MODFLOW oferuje możliwość wydzielenia 499 kolumn i tyluż rzędów oraz 60 warstw. Taki podział pozwala uzyskać 15 mln aktywnych bloków. Przy pewnych założeniach, m.in. przyjętej średniej miąższości i zasięgu lateralnym modelowanego systemu wodonośnego triasu opolskiego, otrzymujemy przestrzeń dyskretną o średniej objętości 30 m³.

W skali obiektu badań o charakterze regionalnym jest to ogromna dokładność. Maksimum możliwości programu zostało skonfrontowane z możliwościami obliczeniowymi typowego komputera personalnego, z procesorem taktowanym zegarem 2,08 GHz, z 768 MB pamięci o dostępie swobodnym (RAM). Wydzielono 15 obszarów, dla których program oblicza bilans wodny. Przyjęto domyślne parametry procesu iteracyjnego metodą BiCGStab, przy liczbie zewnętrznych iteracji 50 i wewnętrznych 20. Parametry te są odpowiednie dla skomplikowanych systemów i pozytywnie wpływają na stabilność procesu obliczeniowego. W omawianym wariancie nie dochodzi do osuszenia bloków. Czas przeliczenia 20 zewnętrznych iteracji jest wprost proporcjonalny do ilości bloków obliczeniowych (ryc. 2). Maksymalny osiągnięty czas obliczeń wynosi 17 min 45 s dla 1 730 tys. bloków. Dla wygenerowania satysfakcjonującego rozwiązania metodą kalibracji prób i błędów niezbędne minimum stanowi 100 prób. Dla złożonych systemów wartość ta może wynieść nawet 500, co daje ok. 52 h samych obliczeń. W dzisiejszych realiach wartość ta stanowi, jeśli nie barierę, to poważne utrudnienie w realizacji projektu i argument do generalizacji warunków hydrogeologicznych. Przyjęty podział obszaru GZWP 333 na 36 tys. bloków aktywnych wymaga ok. 25 s obliczeń.



Ryc. 2. Wykres zależności czasu obliczeniowego od liczby wprowadzonych bloków
Fig. 2. Diagram of computing time vs. cells number

4. Problem dyskretyzacji obszaru filtracji: niejednorodność

Miarą niejednorodności systemu hydrogeologicznego jest objętość reprezentatywna (REV), objętość ośrodka skalnego, którego uśrednione parametry filtracyjne wraz z powiększaniem tej objętości zbliżają się do określonej wartości (Eaton, 2006). Stanowi ona wartość wyjściową dla przyjęcia rozmiarów bloku obliczeniowego na modelu różnic skończonych, jeżeli decydujemy się przyjąć model koncepcyjny ekwiwalentu środowiska porowego (Lapcevic, 1999). W przypadku ośrodka szczelinowego wartość ta jest rzędu metrów sześciennych, dla medium porowego – centymetrów sześciennych. Niektórzy negują możliwość wyznaczenia REV dla ośrodka szczelinowego (dąży ona do nieskończoności) (Berkowitz, 2002). Można się spodziewać, że również w środowisku krasowym będzie ona relatywnie wysoka i uniemożliwia lub silnie ogranicza zastosowanie modelu analogu ośrodka ciągłego (Bakalovic, 2005). O możliwości określenia elementarnej objętości reprezentatywnej decyduje stopień zachowania kontaktu hydraulicznego poszczególnych elementów układu hydrostrukturalnego. W większości przypadków taki kontakt jest zachowany (Motyka, 1998). Głównym czynnikiem determinującym funkcjonowanie systemu krasowego jest zespół kanałów, który pod względem własności hydraulicznych bardziej porównywalny jest do zlewni wód powierzchniowych niż do ośrodka porowego (White, 2002; Bakalovic, 2005). Zastosowanie modelu analogu ośrodka porowego daje gwarancję niskiej zmienności parametrów hydrogeologicznych w sąsiadujących blokach. Cecha ta pozwala na stabilność procesu obliczeniowego wykorzystywanego przez programy bazujące na metodzie różnic skończonych, niesie jednak poważne implikacje w zakresie interpretacji uzyskanych wyników, co opisano w dalszej części artykułu. Przy ocenie wartości reprezentatywnej objętości efektywnej dla GZWP 333 można przyjąć następujące założenia:

- przy obecnym stanie rozpoznania rejonu badań wartość REV można jedynie oszacować na podstawie obserwacji polowych, wykonanych próbnym pompowań oraz modeli koncepcyjnych funkcjonujących w literaturze jako uniwersalne, będzie to więc wartość przybliżona;
- gwarancją otrzymania wiarygodnej wartości jest satysfakcjonująca ilość danych przypadających na testową powierzchnię terenu lub odsłonięcia.

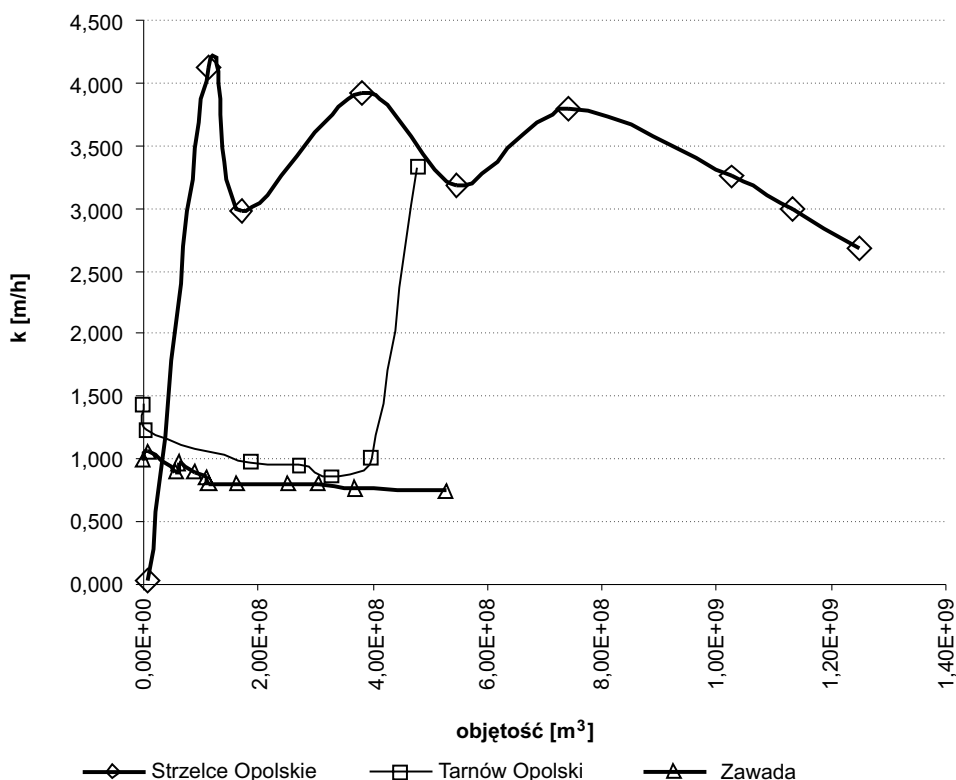
Kolejne wartości uśrednionego współczynnika przyporządkowano kolejnym objętościom analizowanej przestrzeni masywu wynikającym z iloczynu powierzchni zamkniętej obszarem „poszukiwania” oraz miąższości utworów wodonośnych GZWP 333. Powstały wykres powinien wykazywać spadek amplitudy kolejnych wartości i dążyć do przedziału wartości określonej przedziałem ufności.

Przeanalizowano dane dotyczące współczynnika filtracji poziomu wapienia muszlowego całego rejonu badań w oparciu o próbne pompowania. Zostały wyselekcjonowane dwa preferowane regiony, w których występuje maksymalne zagęszczenie danych z otworów, zaś ich rozkład jest stosunkowo równomierny. Uzyskane dane nie obligują do określenia poszukiwanej wartości ze względu na skalę prezen-

owanego testu i niedobór informacji. Pozwalają jednak na wyciągnięcie istotnych wniosków:

- brak wyraźnej stabilizacji wartości współczynnika filtracji wraz ze wzrostem objętości „przeszukiwania”;
- dwa wyselekcjonowane regiony otoczenia Tarnowa Opolskiego oraz Strzelce Opolskich po okresie względnej stabilizacji badanej zależności wykazują regularny wzrost lub spadek średniej wartości współczynnika filtracji (ryc. 3);
- omawiane cechy nie są związane z nierównomiernym pokryciem danymi obszarów testowych; szczególnie manifestuje się to w przypadku rejonu Tarnowa Opolskiego, gdzie współczynnik filtracji na przestrzeni 200 m wzrasta dziesięciokrotnie.

Dla porównania przedstawiono również krzywą dla ujęcia czwartorzędowego Zawada, koło Opola (ryc. 3). Stabilizacja pomiarów jest w zasadzie widoczna od początku wykresu. Jest to dowód, iż skala przyjętych badań dla ośrodka porowego nie oferuje możliwości szacowania wartości REV. Prawdopodobnie wartość ta nie jest możliwa do oszacowania dla utworów wodonośnych GZWP 333, bez względu



Ryc. 3. Wykres zależności średniego współczynnika filtracji od objętości ośrodka hydrogeologicznego, dla którego średnia jest określana

Fig. 3. Diagram of average hydraulic conductivity vs. aquifer volume, which the average is estimated for

na zasób danych z powodu zbyt wysokiej niejednorodności systemu. Ponieważ rozwój zjawisk krasowych oraz spękań pozostaje w ścisłym związku z wykształceniem litologicznym obszaru (Staško, 1992), część obszaru badań (jak np. wschodnie warstw gogolińskich) będzie charakteryzować stosunkowo niska zmienność parametrów filtracyjnych.

Przeprowadzona analiza sugeruje, że nie istnieje objętość masywu skalnego, przy której dalsze jej powiększanie będzie powodować, że uśredniony współczynnik filtracji będzie wykazywał malejącą zmienność. W praktyce oznacza to, że w sąsiadujących blokach siatki objętości dyskretnych będziemy otrzymywać wartości zmieniające się o rząd lub dwa rzędy wielkości. Należy w tej sytuacji przyznać, że model koncepcyjny analogu środowiska porowego jest nieadekwatny lub przyjął błędy powstałe w wyniku jego stosowania.

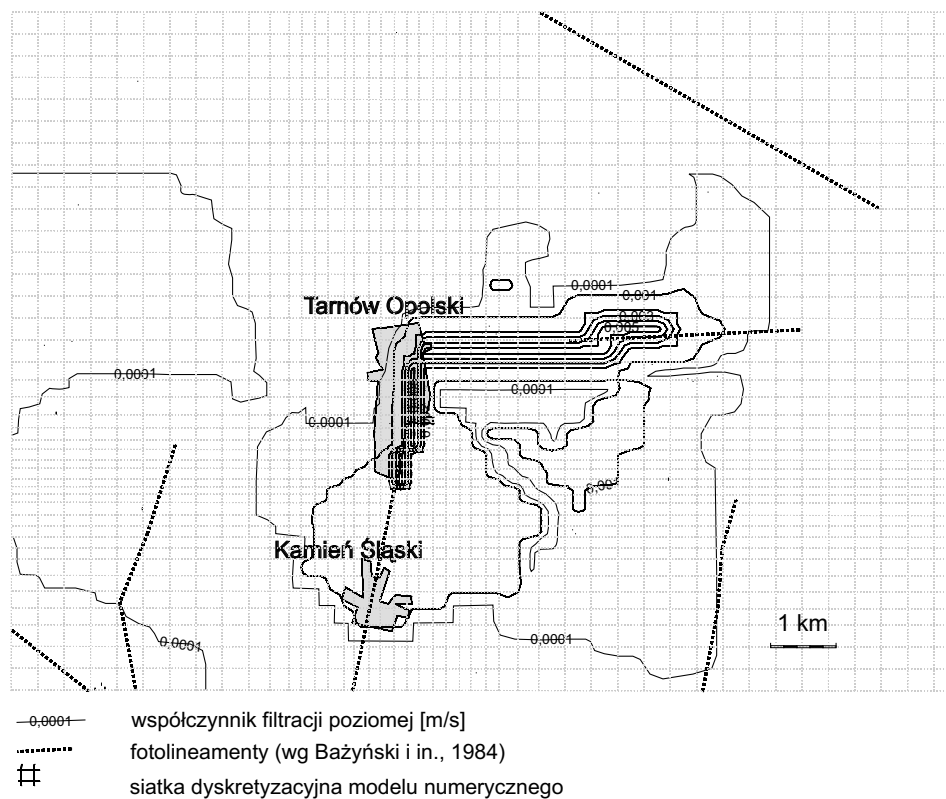
Problem z symulacją stref niejednorodnych za pomocą kodów bazujących na metodzie różnic skończonych wiąże się z dwoma zagadnieniami (Anderson, Woessner, 1992). Po pierwsze, znaczna różnica współczynnika filtracji w sąsiadujących blokach powoduje brak uzyskania wiarygodnego rozwiązania. Problem można rozwiązać przez lokalne zagęszczenie siatki. Bariery tej metody jest współczynnik zmiany długości kroku siatki, który wynosi maksymalnie 0,5. Z kolei silne zagęszczenie siatki oraz jej niejednorodność również powoduje niestabilność programu bez względu na zachowany współczynnik zagęszczenia. Gwarancją dobrego rozwiązania pozostaje lokalne zagęszczenie siatki, które ograniczone jest z kolei pierwszym z czynników, czyli czasem obliczeniowym oraz dodatkową barierą kodu, uniemożliwiającą zagęszczenie większe niż 10-krotne w stosunku do maksymalnego kroku na założonym modelu. Można również realizować mniejsze modele wybranych wycinków systemu (Anderson, Woessner, 1992; Gurwin, 2001). Taka operacja pozwala na precyzyjniejsze symulowanie stref o wysoko zmiennych parametrach. Napotykać jednak na problemy, jeżeli na wydzielonych obszarach wykonywane są symulacje, których wpływ może wybiegać poza wyznaczone granice modelu lokalnego. Biorąc pod uwagę charakter środowiska krasowego, takiej sytuacji możemy oczekiwać.

Rycina 4 prezentuje fragment modelu GZWP 333 w rejonie Tarnowa Opolskiego, kluczowym ze względu na kopalnię wapienia odwadnianą na poziomie 60 tys. m³/d.

Wysokie dopływy uwarunkowane są strefami o założeniach tektonicznych (Staško, 1992). Sugeruje się również dopływy ascenzyjne z niższych poziomów (Motyka, 2005). Aby umożliwić wiarygodne udokumentowanie stref krasowych na modelu, dokonano zagęszczenia siatki dyskretyzacyjnej w otoczeniu odkrywki, rezygnując z tworzenia lokalnego modelu ze względu na nie rozpoznany zasięg wpływu kopalni na system triasowy GZWP 333 oraz konieczność symulacji wzrostu odwodnienia (zaktualizowane pozwolenie określa jego górny poziom na 74 tys. m³/d).

Minimalny krok siatki osiągnął 200 m (rejon Tarnowa Opolskiego), średni 500 m, maksymalny 1000 m.

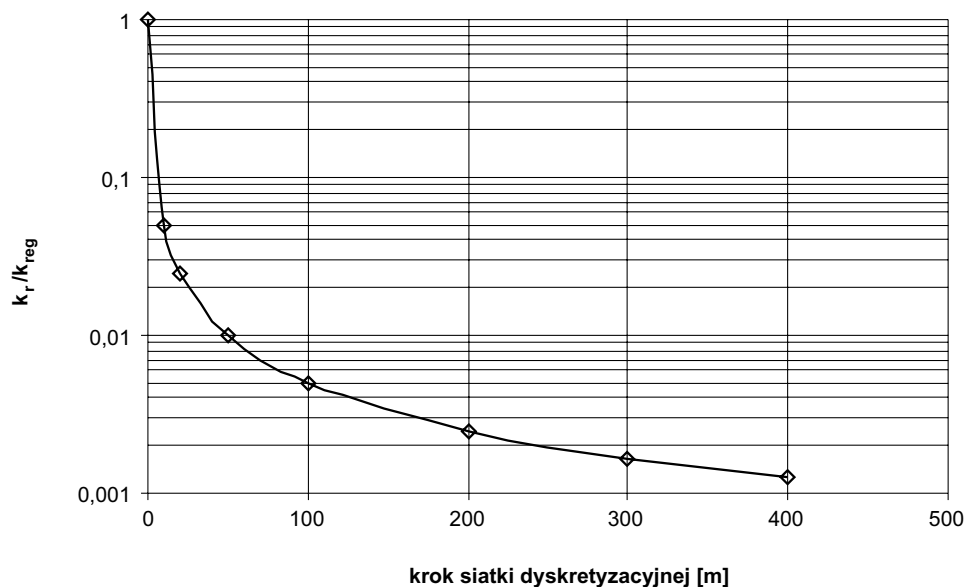
Większe zagęszczenie skutkowało w przekroczeniu kryterium wysokości hydraulicznej podczas przeliczania modelu.



Ryc. 4. Mapa izoliniowa współczynnika filtracji otoczenia Tarnowa Opolskiego
 Fig. 4. Hydraulic conductivity contour map of Tarnów Opolski surroundings

Dokładność odwzorowania poszczególnych stref sięga 200 m, podczas gdy szerokość pojedynczych form krasowych jest rzędu 1 m. Tę rozbieżność „rozdzielczości” badań obrazuje wykres (ryc. 5).

W powyższych rozważaniach współczynnik filtracji form krasowych przyjęto z literatury (tab. 1). Jak widać, krok siatki wynoszący 200 m rodzi rozbieżności rzeczywistego współczynnika filtracji (k_r) i symulowanego (regionalnego, k_{reg}) wynoszące dwa rzędy wielkości. Skutkuje to nie tylko w braku możliwości skutecznego odwzwierciedlenia wysokości hydraulicznych w samych strefach krasowych, ale również w ich szerokim otoczeniu. Aby odwzorować skutecznie wysokości hydrauliczne w wyselekcjonowanej strefie, otrzymano maksymalną wartość współczynnika filtracji wynoszącą 0,001 m/d, podczas gdy współczynniki filtracji skał otaczających wynoszą ok. $5 \cdot 10^{-5}$. Konieczna strefa przejścia między tymi wartościami wyniosła od 800 m do 1800 m (ryc. 5) i należy ją traktować jako obszar o nieskutecznie odwzorowanych parametrach hydrogeologicznych.



Ryc. 5. Wykres zależności rozbieżności rzeczywistego współczynnika filtracji (k_r) i regionalnego, zastosowanego na modelu (k_{reg}) od zastosowanego kroku siatki dyskretyzacyjnej. Przyjęto średnicę modelowanej struktury wynoszącą 0,5 m

Fig. 5. Diagram of discrepancy between real and regional hydraulic conductivity (applied in the model) vs. grid spacing. Diameter of the karstic channel of 0.5 m was assumed

Tabela 1. Wartości współczynnika filtracji i prędkości rzeczywistych określonych dla pojedynczych form krasowych w oparciu o literaturę

Table 1. Hydraulic conductivity values and real velocities of single karstic form based on published data

| Autor | Współczynnik filtracji [m/s] | Uwagi |
|---------------------------|------------------------------|-------------|
| Gajowiec, Witkowski, 1990 | 0,017–0,23 | V rzecz. |
| Motyka, 1998 | 0,16–1,5 | K „lokalne” |
| Wilk, 1984 | 0,04 | K „lokalne” |
| Kleczkowski (red.), 1999 | 0,011–0,075 | V rzecz. |

5. Wnioski

1. Modele konstruowane w środowisku kodów modelujących bazujących na metodzie różnic skończonych niosą ze sobą silne ograniczenia. Decydując się na interpretację tak otrzymanych wyników, należy sprecyzować granicę ich stosowalności, szczególnie w zakresie symulacji progностycznych, które mają niską wartość.

2. Im wyższe zagęszczenie struktur warunkujących uprzywilejowany przepływ w badanym regionie, charakteryzujących się parametrami silnie odbiegającymi od średniej, tym większy obszar zostaje pokryty nierzeczywistymi parametrami.
3. Próba oszacowania wartości elementarnej objętości reprezentatywnej daje dobre przesłanki co do zakresu potencjalnych ograniczeń konstruowanego modelu systemu szczelinowo-krasowego.
4. Konieczna jest dyskusja nad wprowadzeniem do powszechnego użycia kodów posługujących się metodą elementów skończonych w celu dokumentowania regionalnych zasobów i stref przepływu w szczelinowo-krasowych GZWP.

Literatura

- Andreson M.P., Woessner W.W., 1991. Applied groundwater modeling. Academic Press Inc., New York.
- Bakalovic M., 2005. Karst groundwater: a challenge for new resources. *Hydrogeology Journal* 13:148–160.
- Bażyński J., Doktor S., Graniczny M., 1984. Mapa fotogeologiczna Polski. Wydawnictwa Geologiczne.
- Berkowitz, 2002. Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review. *Advances in Water Resources* 25: 861–884.
- Eaton T., 2006. On the importance of geological heterogeneity for flow simulation. *Sedimentary Geology* 184: 187–201.
- Gajowiec B., Witkowski A., 1990. Wpływ górnictwa na jakość wód zbiornika serii węglanowej triasu w rejonie Chrzanowa. W: *Szczelinowo-krasowe zbiorniki wód podziemnych Monokilny Śląsko-Krakowskiej i problemy ich ochrony*. Wyd. SGGW-AR, Warszawa.
- Gurwin J., 2001. The methods of regional to local scale model conversion placing emphasis on multi-layered aquifer systems. W: *Współczesne problemy hydrogeologii*. T. X, cz. 2, s. 333–340.
- Kleczkowski A. (red.), 1999. Prędkość migracji zanieczyszczeń przez strefę aeracji na podstawie badań polowych i laboratoryjnych. Kraków.
- Kowalczyk A., 2003. Formowanie się zasobów wód podziemnych w utworach węglanowych triasu śląsko-krakowskiego w warunkach antropopresji. Wyd. Uniwersytetu Śląskiego, Katowice.
- Kryza J., 2001. Model numeryczny triasu opolskiego. W: *Współczesne problemy hydrogeologii*. T. X, s. 363–378.
- Kryza J., Staško S., 2000. Groundwater Flow Rate and Contaminant Migration in Fissure – Karstic Aquifer of Opole Triassic System Due to Man Activity. *Environmental Geology*. 39, 3/4: 384–389.
- Lapcevic P., Novakowski K., Sudicky E., 1999. Groundwater flow and solute transport in fractured media. W: *The handbook of groundwater engineering*. CRC Press LLC.
- Motyka J., 1998. A conceptual model of hydraulic network in carbonate rocks, illustrated by examples from Poland. *Hydrogeology Journal* 6(4): 469–482.
- Motyka J. (kier. oprac.), 2005. Dokumentacja określająca warunki hydrogeologiczne w związku z eksploatacją i wpływem odwodnienia złoża wapieni triasowych Tarnów Opolski na środowisko naturalne. Kraków, maj 2005.
- Paczyński B., Macioszczyk T., Kazimierski B., Mitręga J., 1996. Ustalanie zasobów dyspozycyjnych wód podziemnych. *Poradnik metodyczny*. Wydawnictwo TRIO, Warszawa.

- Różkowski A., 1991. Regiony hydrogeologiczne i ich charakterystyka. Region krakowsko-śląski W: Budowa geologiczna Polski. Hydrogeologia. T. 7. Wyd. Geologiczne, Warszawa, s. 157–176.
- Staško S., 1992. Wody podziemne w węglanowych utworach triasu opolskiego. Acta Universitatis Wratislaviensis 1407, Wrocław.
- White W., 2002. Karst hydrology: recent developments and open questions. Engineering Geology 65: 85–105.
- Wilk Z., Motyka J., Józefko I., 1984. Investigation of some hydraulic properties of karst solution openings and fractures. Ann Soc. Geol. Pol.: 15–43.
- Żurek A., Kleczkowski A.S., Witczak S., 1994. Scenariusz mapy ochrony wód podziemnych na przykładzie zbiornika Opole-Zawadzkie (GZWP 333). Metodyczne podstawy ochrony wód podziemnych. Wyd. AGH, Kraków, s. 303–330.

