

Modelowanie matematyczne w ocenie zasobów wód geotermalnych

Mathematical modelling in estimation of geothermal water resources

Andrzej Szczepański¹, Tadeusz Szklarczyk²

¹Akademia Górniczo-Hutnicza, Zakład Hydrogeologii i Ochrony Wód, Kraków

²Akademia Górniczo-Hutnicza, Zakład Surowców Energetycznych, Kraków

Abstract: Insufficient recognition of hydrogeological conditions in geothermal waters basins gives abilities to estimate of disposable and admissible resources quantity using only mathematical modelling method. The best results can be found performing simulation on regional model. Further on the local model optimize exploitation conditions and establish quantity of admissible volume of extracted groundwater.

Key words: geothermal water, mathematical modelling, optimization of admissible conditions

1. Wprowadzenie

W ocenie wielkości zasobów dyspozycyjnych zbiornika wód geotermalnych zwykle dysponuje się znacznie mniejszą ilością wiarygodnych danych hydrogeologicznych w porównaniu ze zbiornikami wód zwykłych czy leczniczych. Są to najczęściej informacje z głębokich wierceń poszukiwawczych lub badawczo-rozpoznawczych, rzadziej hydrogeologicznych. Z tych względów model konceptualny zbiornika (lub jego fragmentu) tworzy się w oparciu o ogólne rozpoznanie budowy geologicznej i warunków hydrogeologicznych. Nieco lepiej w kwestii rozpoznania przedstawia się sytuacja w przypadku oceny zasobów eksploatacyjnych ujęć wód geotermalnych, gdyż zazwyczaj prowadzone są dodatkowe badania hydrogeologiczne, a nie-rzadko odwiercone są otwory z przeznaczeniem dla ich eksploatacji.

Dodatkowymi wyróżnikami wód geotermalnych, które muszą zostać uwzględnione w obliczeniach analitycznych i modelowych są ich temperatura i na ogół wysoka mineralizacja.

Specyfikę modelowania dla wód geotermalnych przedstawiono na przykładzie obliczeń do oceny zasobów odnawialnych (dyspozycyjnych) dolnojurańskiego

zbiornika w rejonie pilskim oraz zasobów eksploatacyjnych projektowanych ujęć w Rogoźnie i Wągrowcu (Szklarczyk, 1997).

Modelowanie hydrodynamiczne wykonano przy użyciu programu MODFLOW (McDonald, Harbough, 1993).

Celem prowadzonych symulacji modelowych było:

- rozpoznanie dynamiki wód w zbiorniku,
- weryfikacja parametrów hydrogeologicznych,
- ocena odnawialności zasobów oraz określenie wielkości zasobów dyspozycyjnych w regionie pilskim,
- określenie optymalnych parametrów eksploatacyjnych ujęć wód geotermalnych w rejonach perspektywicznych wraz z oceną wielkości zasobów eksploatacyjnych.

Badania modelowe składały się z następujących etapów:

- budowa i kalibracja regionalnego modelu matematycznego,
- budowa lokalnego modelu hydrodynamicznego dla wykonania symulacji pracy ujęć wód geotermalnych,
- budowa szczegółowego modelu transportu mas dla określenia czasu dojścia do otworu eksploatacyjnego frontu wody schłodzonej.

2. Model regionalny

Model fragmentu zbiornika dolnojurajskiego objął obszar o powierzchni 18 576 km², który zdyskretyzowano siatką kwadratową o kroku 1500 m (ryc. 1). Za stan wyjściowy rozkładu ciśnień przyjęto rozkład zredukowanych hydroizopiez dla całego zbiornika dolnojurajskiego (Szklarczyk, Łapinkiewicz, 1995), uzyskany w efekcie redukcji ciśnień rzeczywistych do wody słodkiej o temperaturze 20°C i po przyjęciu poziomu odniesienia na rzędnej 3293 m p.p.t. (środek najgłębszego interwału opróbowania).

Na rycinie 1 przedstawiono mapę wytarowanych ciśnień, na których hydroizopiezy zostały określone w m n.p.m. Wytarowane w modelu parametry hydrogeologiczne mieściły się w przedziałach: k – od 0,01 do 6,0 m/d, M (moduł zasilania z utworów kenozoicznych) od 0,0058 do 0,052 l/s/km² (około 2 rzędy wielkości mniejszy od modułu zasilania z opadów atmosferycznych utworów kenozoicznych), $n_a = 0,18$.

Bilans wód uzyskany na regionalnym modelu matematycznym przedstawiał się następująco:

- dopływ boczny do modelu (warunki I rodzaju) – 1182,9 m³/d,
- odpływ boczny z modelu (warunki I rodzaju) – 10 080,5 m³/d,
- zasilanie z utworów kenozoicznych – 10 135,8 m³/d,
- drenaż przez dolinę rzeki Gwdy – 1196,2 m³/d.

Zasoby odnawialne (dyspozycyjne) dla modelowanego obszaru wyniosły 11 318,7 m³/d, a ich moduł jest bardzo mały i równa się 0,007 l/s/km².

no optymalne odległości między otworami wydobywczymi i chłonnymi, wielkości maksymalnych wydajności ujęć oraz minimalne spadki temperatur w studniach dla założonego czasu ich eksploatacji.

Lokalny model hydrodynamiczny obejmował obszar o powierzchni 931,5 km², który podzielony został siatką kwadratową o wymiarach 250 m. Na brzegach modelu symulowano warunki I rodzaju wzięte wprost z wytarowanego modelu regionalnego (ryc. 1).

W efekcie rozwiązań odtwarzających naturalne warunki na lokalnym modelu otrzymano (tab. 1):

- rozkład zredukowanych ciśnień naturalnych (ryc. 2),
- średnią wartość współczynnika filtracji: $k = 0,7$ m/d,
- przewodność średnią w rejonie Wągrowca ($T = 98,0$ m²/d) i Rogoźna ($T = 70,0$ m²/d),
- średni spadek hydrauliczny: $J = 0,00021$,
- średnia prędkość przepływu: $v_{sr} = 0,3$ m/rok, przy $n_a = 0,18$.

Tabela 1. Zestawienie wyników obliczeń modelowych

Table 1. Data set modelling results

| Lp. | Wyszczególnienie | Rogoźno | Wągrowiec |
|--|--|---------------------|---------------------|
| Model lokalny – warunki pseudonaturalne | | | |
| 1 | Współczynnik filtracji k [m/s] | $8,1 \cdot 10^{-6}$ | $8,1 \cdot 10^{-6}$ |
| 2 | Przewodność hydrauliczna T [m ² /d] | 70,0 | 98,0 |
| 3 | Średni spadek hydrauliczny J | 0,00025 | 0,00025 |
| 4 | Średnia prędkość filtracji v [m/rok] | 0,35 | 0,35 |
| Model lokalny – symulacja hydrodynamiczna ujęć wód geotermalnych | | | |
| 5 | Wydajność otworu wydobywczego Q_w [m ³ /h] | -160,0 | -150,0 |
| 6 | Wydajność otworu chłonnego Q_{ch} [m ³ /h] | +160,0 | +150,0 |
| 7 | Odległość między otworami dipola L [m] | 705,0 | 705,0 |
| 8 | Depresja w otworze wydobywczym* [m] | 30,6 | 29,1 |
| 9 | Represja w otworze chłonnym* [m] | 30,6 | 29,1 |
| 10 | Spadek hydrauliczny między otworami J | 0,048 | 0,048 |
| 11 | Promień oddziaływania hydrodynamicznego (od otworu wydobywczego) | 4800 | 4500 |
| 12 | Prędkość filtracji pomiędzy otworami dipola v [m/rok] | 68,13 | 68,13 |
| Model szczegółowy – symulacja transportu ciepła | | | |
| 13 | Temperatura złożowa wód [°C] | 70,0 | 67,4 |
| 14 | Temperatura zatłaczanej wody do otworu chłonnego [°C] | 38,0 | 37,9 |
| 15 | Dyspersja hydrodynamiczna [m] | 3,0 | 3,0 |
| 16 | Krotność opóźnienia (w stosunku do średniej prędkości wody) | 0,2313 | 0,2313 |
| 17 | Czas dojścia wody schłodzonej do otworu wydobywczego [lata] | 24 | 28 |
| 18 | Promień oddziaływania termicznego (od otworu wydobywczego) [m] | 1180 | 1130 |

* W obliczeniach depresji i represji w otworach nie uwzględniono poprawek na: straty ciśnienia na skutek tarcia w rurach eksploatacyjnych, efekt termosyfonu i zeskoku na filtrze (*skin effect*).

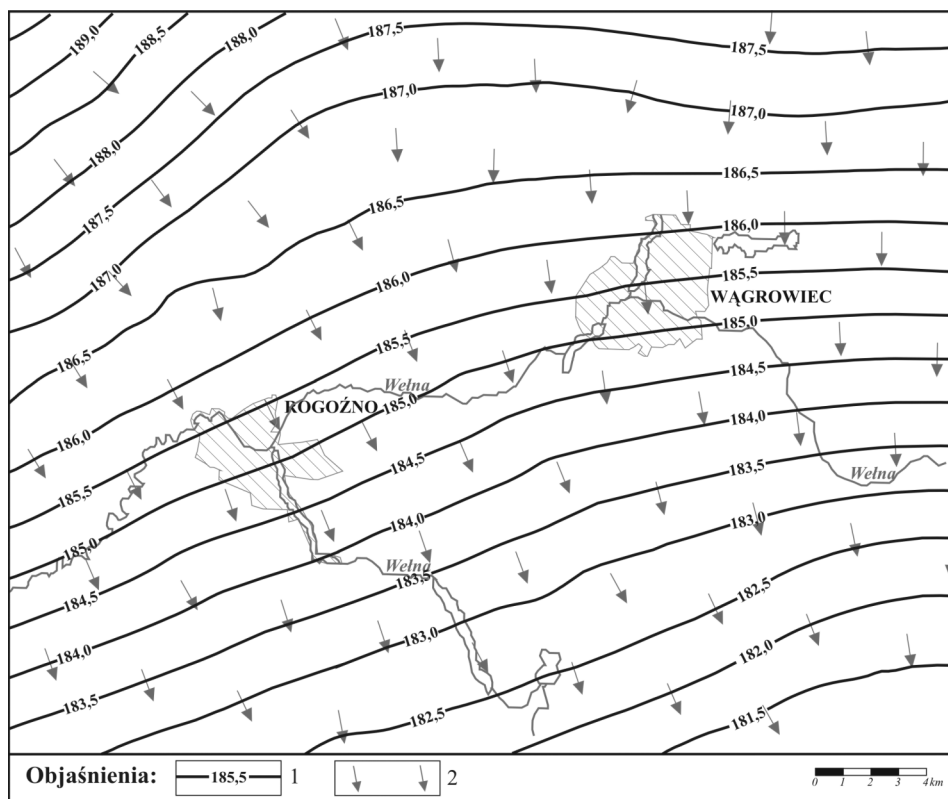
Na modelu lokalnym, po odtworzeniu warunków naturalnych, symulacje pracy ujęć realizowano w dwóch etapach:

- symulacja hydrodynamiczna eksploatacji ujęć wód (dipoli) geotermalnych,
- symulacja transportu mas z opóźnieniem na fragmencie modelu lokalnego (model szczegółowy).

Na wytarowanym modelu lokalnym zasymulowano eksploatację dipoli geotermalnych, przy czym założono, że w rejonie Rogoźna $Q = 160 \text{ m}^3/\text{h}$, a Wągrowca $Q = 150 \text{ m}^3/\text{h}$. Droga wielokrotnych symulacji ustalono optymalną z punktu widzenia osiągnięcia na drodze przepływu odpowiedniej temperatury wody odległość między studnią i otworem chłonnym: $L = 750 \text{ m}$.

Ostateczna symulacja prognostyczna pozwoliła na uzyskanie (tab. 1):

- rozkładu pola hydrodynamicznego w rejonie symulowanych dipoli oraz zasięgów leja depresji i stożka represji w czasie eksploatacji i zatłaczania wód (ryc. 3),

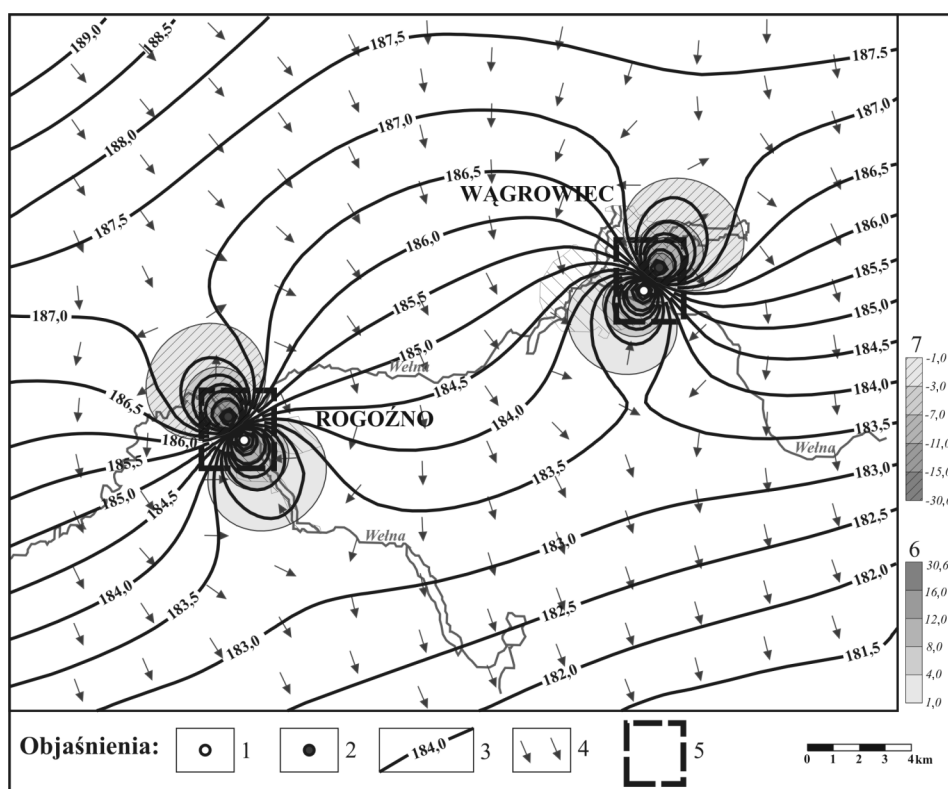


Ryc. 2. Mapa zredukowanych hydroizopiez zbiornika dolnojurajskiego w rejonie Rogoźno-Wągrowiec dla warunków pseudonaturalnych odtworzonych na modelu lokalnym
1 – zredukowane hydroizopiezy [m n.p.m.]; 2 – kierunki przepływu wód poziomemu dolnej jury

Fig. 2. Map of hydroisopiestic lines reduction lower Jurassic aquifer in Rogoźno-Wągrowiec region for pseudo-natural condition according to local model

- rozkładu pola hydrodynamicznego w całym modelowanym obszarze wraz z kierunkami przepływu wód (ryc. 3),
- średnich spadków hydraulicznych w obszarze wpływu eksploatacji (0,0013) i między otworami w dipolach (0,048),
- średnich prędkości przepływu wód w obszarze wpływu eksploatacji (1,85 m/rok) i między otworami w dipolach (68,13 m/rok).

Depresje i represje w obydwu dubletach wynoszą: 30,6 m (Rogoźno) i 29,1 m (Wągrowiec), a zasięgi oddziaływania sięgną odpowiednio około 5,0 km i 4,5 km (tab. 1).



Ryc. 3. Mapa zredukowanych hydroizopiez zbiornika dolnojurańskiego w rejonie Rogoźno-Wągrowiec dla warunków z eksploatacją dipoli geotermalnych wg badań modelowych

1 – otwory eksploatacyjne; 2 – otwory chłonne; 3 – zredukowane hydroizopiezy [m n.p.m.]; 4 – kierunki przepływu wód; 5 – granice modeli szczegółowych dla symulacji transportu ciepła; 6 – depresja [m]; 7 – represja [m]

Fig. 3. Map of hydroisopiestic lines reduction of lower Jurassic basin in Rogoźno-Wągrowiec region for exploitation condition according to modelling results

4. Szczegółowy model transportu mas (ciepła)

Na modelu lokalnym dokonane zostały kolejne obliczenia transportu ciepła po wycięciu z niego centralnego fragmentu z rejonu dipola w Rogoźnie i pokryciu go siatką o wymiarach 25 m. Tłó stanowiła woda złożowa o temperaturze 70°C, zaś do otworu chłonnego zatłaczano wodę o temperaturze 38°C.

W rezultacie zatłaczania do otworu chłonnego wody schłodzonej tworzy się w zbiorniku front termiczny, którego prędkość przemieszczania wiąże się z procesami konwekcji (głównie) i dyspersji hydrodynamicznej, a zależy od heterogeniczności skały zbiornikowej, jej parametrów filtracyjnych oraz przewodności cieplnej skały zbiornikowej, warstw stropowych i spągowych. Zmiany temperatury w czasie określono przy założeniu tłokowego mechanizmu migracji płynu złożowego.

Dla analitycznego obliczenia termicznego czasu dotarcia schłodzonego płynu do otworu wydobywczego stosuje się równanie (Gringarten, 1979):

$$t_c = \frac{\pi \rho_a C_a L^2 h}{3 \rho_w C_w Q} \quad [\text{lata}]$$

gdzie: t_c – termiczny czas dotarcia wody schłodzonej do otworu wydobywczego [lata],

ρ_a, ρ_w – gęstość szkieletu gruntowego i wody schłodzonej [kg/m^3],

C_w, C_a – ciepła właściwe szkieletu gruntowego i wody [$\text{J}/\text{kg}/^\circ\text{C}$],

L – odległość między otworem wydobywczym i chłonnym [m],

h – miąższość warstwy wodonośnej [m],

Q – wydajność otworu chłonnego [m^3/rok].

Pojemność cieplna warstwy wodonośnej $\rho_a \cdot C_a$ wynosi (Gringarten, Sauty, 1975; Gringarten, 1979):

$$\rho_a \cdot C_a = n_a \cdot \rho_w \cdot C_w + (1-n_a) \rho_R \cdot C_R \quad [\text{J}/\text{m}^3/^\circ\text{C}]$$

gdzie: n_a – porowatość aktywna warstwy wodonośnej,

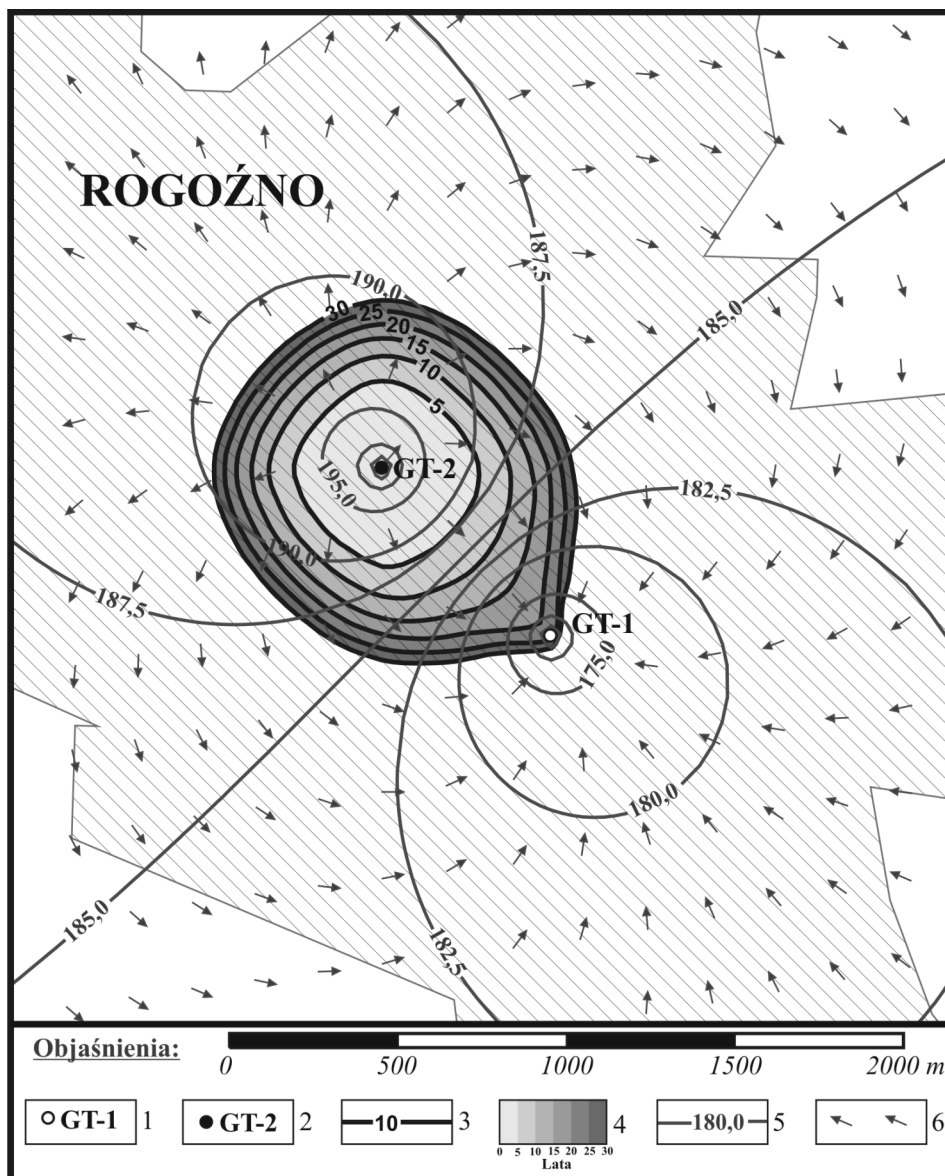
ρ_R – gęstość szkieletu skalnego warstwy wodonośnej [kg/m^3],

C_R – ciepło właściwe szkieletu skalnego warstwy wodonośnej [$\text{J}/\text{kg}/^\circ\text{C}$].

Czas powrotu hydrodynamicznego, tj. niezbędny do powrotu płynu zatłaczanego do otworu wydobywczego można wyliczyć z równania:

$$t_h = \frac{\pi n_a L^2 h}{3Q} \quad [\text{lata}]$$

Czasy powrotu hydrodynamicznego (t_h) i termicznego (t_c) są związane ze sobą zależnością:



Ryc. 4. Mapa czasu dojścia frontu wody schłodzonej do otworu eksploatacyjnego
 1 – otwór eksploatacyjny; 2 – otwór chłonny; 3 – izochrony [lata]; 4 – czasy przemieszczania się frontu wody schłodzonej [lata]; 5 – zredukowane hydroizopiezy [m n.p.m.]; 6 – kierunki przepływu wód podziemnych

Fig. 4. Map of front cool water to exploitation borehole

$$t_c = \frac{\rho_a C_a}{n_a \rho_w C_w} t_h \quad [\text{lata}]$$

Transport ciepła w wodach podziemnych opisują te same równania co transport mas. Jedyna różnica polega na tym, że transport ciepła odbywa się ze znacznym opóźnieniem (α) w stosunku do średniej prędkości wody:

$$\alpha = \frac{t_c}{t_h}$$

Wartość tego opóźnienia zadawano na modelu transportu mas w formie krotności opóźnienia w stosunku do średniej prędkości wody, a obliczenia symulacyjne prowadzono w warunkach nieustalonych z wykorzystaniem programu MT3D z pakietu MODFLOW (McDonald, Harbough, 1993).

Do obliczeń symulacyjnych przyjęto dyspersję równą 3,0 m oraz krotność opóźnienia $\alpha = 0,2313$. Założono, że minimalny czas pracy ujęcia (dublet: studnia + otwór chłonny) wynosi 25 lat, otwory tworzące dublet są oddalone o L i pracują ze stałą wydajnością Q (– w studni, + w otworze chłonnym). W trakcie obliczeń symulacyjnych transportu ciepła warunki hydrodynamiczne były ustalone.

Rezultaty obliczeń symulacyjnych transportu ciepła w obrębie dipola przedstawiono na rycinie 4 w postaci zasięgu przemieszczania się frontu schłodzonych wód po upływie 5, 10, 15, 20, 25 i 30 lat eksploatacji ujęcia wód geotermalnych. Ilościowe zestawienie wyników obliczeń modelowych przedstawiono w tabeli 1.

Z obliczeń wynika, że przy założonych warunkach front wody schłodzonej dotrze do studni eksploatacyjnej po 24 latach, a spadek temperatury wody w otworze wyniesie 0,2°C. Stwierdzono również, że zasięg wpływu pracy dipola w polu termicznym będzie znacznie mniejszy niż w polu hydrodynamicznym i osiągnie zaledwie ok. 750 m.

Literatura

- Gringarten A.C., Sauty J.P., 1975. A theoretical Study of Heat Extraction From Aquifers With Uniform Regional Flow. *J. of Geophysical Research* 80(35): 4956.
- Gringarten A.C., 1979. Reservoir Lifetime and Heat Recovery Factor in Geothermal Aquifers Used for Urban Heating. *Pure Appl. Geophys.* 117: 297–308.
- McDonald M.G., Harbough A.W., 1993. Program „MODFLOW”. *Techniques of Water-Resources Investigations of the United States Geological Survey.*
- Szklarczyk T., Łapinkiewicz A.P., 1995. Warunki hydrogeotermalne w dolnojurajskim zbiorniku wód. W: Górecki W. (red.), *Atlas zasobów energii geotermalnej na Niżu Polskim.* KBN, Warszawa, AGH, Kraków, s. 17–19.
- Szklarczyk T., 1997. Regionalny model hydrodynamiczny zbiornika dolnojurajskiego dla regionu województwa piłskiego. Numeryczne modele wytypowanych ujęć wód geotermalnych. Wielowariantowe obliczenia modelowe poszczególnych ujęć. W: Górecki W. (kier. nauk.), *Wykorzystanie ciepła wód geotermalnych dla celów grzewczych w regionie piłskim.* KBN, Warszawa, ZSE AGH, Kraków, s. 79–100.

